

این دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
ایمان خدایی اراده

دفترچه شماره ۲

تاریخ پاسخ‌نویسی
۸۷/۴/۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

**آزمون سراسری
ورودی دانشگاه‌های کشور
سال ۱۳۸۷**

**آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی**

نام و نام خانوادگی	شماره داوطلبی
تعداد سؤال: ۱۳۵	مدت پاسخگویی: ۱۷۵ دقیقه

متوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی به تعداد شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۵۵	۶۰۱	۱۵۵	۸۵ دقیقه
۳	فیزیک	۴۵	۱۵۶	۲۰۰	۵۵ دقیقه
۳	شیمی	۳۵	۲۰۱	۲۳۵	۳۵ دقیقه

این جاهای خالی را با نام و نام خانوادگی خود پر کنید و در این بخش از امتحان، نام خانوادگی خود را در این بخش از امتحان درج نکنید.

صفحه ۱

ریاضیات

۱۰۱- اگر منحنی به معادله $y = 2x^2 - 4x + m - 3$ محور x ها را در دو نقطه به طول‌های مثبت قطع

کند، آنگاه مجموعه مقادیر m به کدام صورت است؟

- (۱) $m > 3$ (۲) $3 < m < 4$ (۳) $3 < m < 5$ (۴) $4 < m < 5$

۱۰۲- اگر $\log(x-2) = 2\log 2 - \log(x-4)$ حاصل $\log_5(x-3)$ کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۰۳- اعداد 2^a ، $2\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله متوالی از تصاعد هندسی اند، واسطه عددی بین a و b کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۰۴- در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت‌نام کرده‌اند. چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنان وجود

دارد، به طوری که بین سخنرانی دو فرد مورد نظر a و b از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۴۰

۱۰۵- در معادله $3x^2 - 17x + m = 0$ یک ریشه از سه برابر ریشه دیگر ۳ واحد بیشتر است. m کدام

است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۰۶- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin \frac{5\pi}{7} + \sin(\frac{\pi}{7} + x) \sin(\pi + x) = 0$ کدام است؟

 $2k\pi + \frac{\pi}{7}$ (۴) $2k\pi \pm \frac{\pi}{7}$ (۳) $k\pi - \frac{\pi}{7}$ (۲) $k\pi + \frac{\pi}{7}$ (۱)

۱۰۷- حاصل عبارت $2 + \frac{1}{\cos 40^\circ}$ برابر کدام است؟

 $4 \sin 40^\circ$ (۴) $2 \cos 40^\circ$ (۳) $4 \cos 40^\circ$ (۲) $2 \sin 40^\circ$ (۱)

۱۰۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \left[\frac{1}{x} \right]$ کدام است؟

 $-\infty$ (۴) $+\infty$ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۱۰۹- تابع $y = x\sqrt{x^2}$ از نظر پیوستگی و مشتق‌پذیری در صفر چگونه است؟

(۱) پیوسته و مشتق‌پذیر است. (۲) پیوسته است ولی مشتق‌پذیر نیست.

(۳) نه پیوسته است و نه مشتق‌پذیر (۴) فقط از راست پیوسته و از راست مشتق‌پذیر است.

۱۱۰- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$ ، مشتق $f(\sqrt{|x|} + 3)$ در نقطه $x = -1$ کدام است؟

 $-\frac{1}{12}$ (۴) $-\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۱)

۱۱۱- تابع $y = ax + b + \frac{x^2}{2x-1}$ ضابطه هموگرافیکی است که محور y ها را در نقطه‌ای به عرض

۱ قطع می‌کند. $a + b$ کدام است؟ $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۱۱۲- مستطیل‌های محاط در یک دایره به قطر ۶ واحد را حول یک ضلع خود دوران می‌دهیم تا استوانه‌های

قائم ایجاد شود. وقتی حجم این استوانه‌ها بیش‌ترین مقدار را دارد، ارتفاع آن کدام است؟

 $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۲)

۴ (۱)

۱۱۳- در کدام مجموعه زیر، از اعداد حقیقی یکی از کران‌های پایین در خود مجموعه است؟

 $\{x : 2 - x \geq |x|\}$ (۴) $\{x : [-x] = -2\}$ (۳) $\{x : |x| = 2\}$ (۲) $\{x : x|x| \leq -1\}$ (۱)

۱۱۴ - کدام دنباله همگرا است؟

- (۱) $\{n^{(-1)^{n-1}}\}$ (۲) $\{\cos \frac{n\pi}{3}\}$ (۳) $\{[2 + \frac{(-1)^n}{n}]\}$ (۴) $\{[1 - \frac{(-1)^n}{n}]\}$

۱۱۵ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\lg \pi x}{x^2 - \sqrt{x}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $-\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۱۱۶ - کدام بیان درباره پیوستگی تابع درست است؟

- (۱) اگر تابعی در بازه (a, b) بکنوا و کراندار باشد، در این بازه پیوسته است.
 (۲) اگر تابعی در بازه $[a, b]$ کراندار و دارای ماکسیمم و می نیمم باشد، در این بازه پیوسته است.
 (۳) اگر تابعی در بازه (a, b) پیوسته باشد در این بازه کراندار و ماکسیمم و می نیمم مطلق دارد.
 (۴) اگر تابعی در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد در این بازه کراندار و ماکسیمم و می نیمم مطلق دارد.

۱۱۷ - معادله مجانب مایل نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + x^3}{x - 2}}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

- (۱) $2y - 2x - 2 = 0$ (۲) $2y + 2x - 2 = 0$ (۳) $2y - 2x + 2 = 0$ (۴) $2y + 2x + 2 = 0$

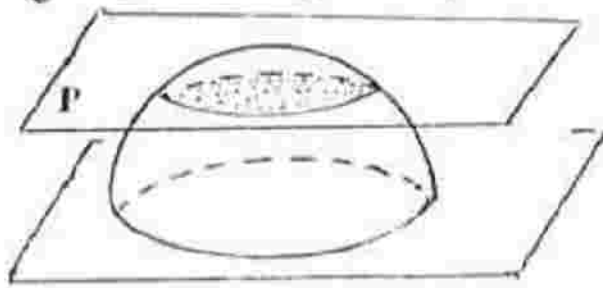
۱۱۸ - کدام بیان برای تابع با ضابطه $f(x) = x|x^2 - 2|$ بر دامنه $[-1, 1]$ نادرست است؟

- (۱) می نیمم مطلق دارد. (۲) ماکسیمم مطلق دارد.
 (۳) دو نقطه اکسترمم نسبی دارد. (۴) فاقد اکسترمم نسبی

۱۱۹ - در یک نیمکره به شعاع ۲۵ واحد، صفحه P همواره موازی صفحه قاعده با سرعت 0.4 از آن دور

می شود؛ در حالی که فاصله دو صفحه ۱۲ واحد است؛ سرعت کاهش مساحت دایره مقطع صفحه P

و نیمکره، کدام است؟



- (۱) 0.48π (۲) 0.72π

- (۳) 0.84π (۴) 0.96π

۱۲۰ - در قضیه مقدار میانگین در مورد مشتق، برای تابع یا ضابطه $f(x) = x^2 + bx + 1$ روی بازه $[0, b]$

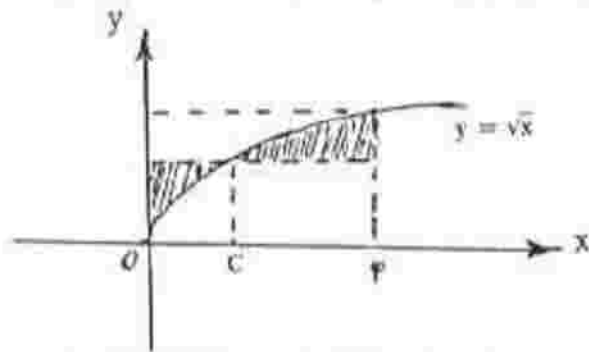
اگر $c = 1$ در شرایط قضیه موجود باشد. آنگاه b کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۲۱- تابع نمودار تابع با ضابطه $y = x^{\frac{4}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}}$ در بازه (a, b) رو به پایین است، بیشترین مقدار $(b-a)$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۲۲- با استفاده از قضیه مقدار میانگین برای انتگرال‌ها، به ازای کدام مقدار C مساحت دو ناحیه سایه زده



شکل مقابل، برابرند؟

- ۵/۳ (۱) ۷/۳ (۲)
۹/۳ (۳) ۱۶/۹ (۴)

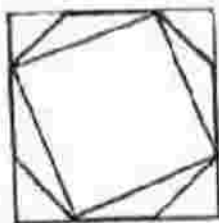
۱۲۳- حاصل $\int_{-2}^1 x(|x| - 1) dx$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۴/۵ (۲) ۵ (۳) ۵/۵ (۴)

۱۲۴- سطح محدود به منحنی تابع با ضابطه $f(x) = 2 \sin x \cos 3x$ و محور x ‌ها در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

- ۱/۳ (۱) ۱/۴ (۲) ۲/۸ (۳) ۱/۸ (۴)

۱۲۵- در شکل مقابل اندازه طول اضلاع هشت ضلعی منتظم ۲ واحد است. مساحت مربع کوچک چند

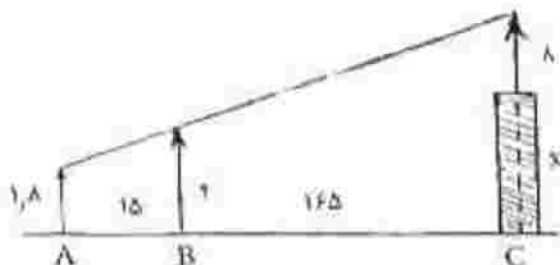


واحد مربع است؟

- ۴(۱ + sqrt(2)) (۱) ۴(۲ + sqrt(2)) (۲)
۸(۱ + sqrt(2)) (۳) ۸(۲ + sqrt(2)) (۴)

۱۲۶- در شکل مقابل دکل‌ی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع

۱/۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است، بلندی برج چند متر است؟



۱۹/۸ (۱)

۲۰/۲ (۲)

۲۰/۸ (۳)

۲۱/۲ (۴)

۱۲۷ - حجم یک کره $\sqrt{2}$ برابر حجم یک مخروط قائم است. اگر شعاع قاعده مخروط برابر شعاع کره باشد، فاصله رأس مخروط تا محیط قاعده آن چند برابر شعاع قاعده است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{3}$

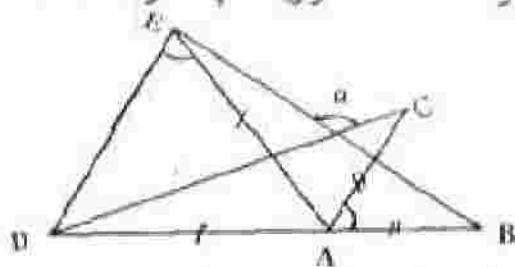
۱۲۸ - در مستطیلی به ابعاد ۸ و ۱۵ واحد، از تقاطع نیمسازهای داخلی آن یک چهارضلعی حاصل می‌شود. مساحت این چهارضلعی چند واحد مربع است؟

- (۱) ۱۶ (۲) $24/5$ (۳) ۲۸ (۴) $22/5$

۱۲۹ - دوزنقه متساوی الساقین به طول قاعده‌های ۶ و $\frac{22}{3}$ واحد بر دایره‌ای محیط است. کوتاه‌ترین فاصله رأس دوزنقه تا نقاط دایره چند واحد است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{2}$

۱۳۰ - در شکل مقابل $\widehat{ABD} = 75^\circ$ و $\widehat{CAB} = 50^\circ$ ، $AD = AE$ ، $AB = AC$ زاویه α چند درجه است؟



- (۱) ۱۱۵ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۳۰

۱۳۱ - خط Δ با کدام شرایط می‌تواند موازی صفحه P و عمود بر صفحه Q باشد؟

- (۱) $P \perp Q$ (۲) $P \cap Q = \emptyset$ (۳) $\Delta \perp (P \cap Q)$ (۴) $\Delta \parallel (P \cap Q)$

۱۳۲ - نقاط $(5, 3)$ ، $(7, 1)$ و $(1, -1)$ سه رأس از مثلث قائم‌الزاویه‌اند. مساحت مجانس این مثلث به مرکز تجانس مبدا مختصات و نسبت تجانس $\frac{1}{3}$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳۳ - مبدا مختصات رأس یک هرم مثلث‌القاعده است، معادله سه ضلع قاعده آن $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

است، حجم آن چند واحد مکعب است؟ $\begin{cases} x + z = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ و $\begin{cases} 2z - y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۳۴ - اگر $a = (1, -2, 3)$ و $b = (2, 0, 1)$ ، مساحت متوازی‌الاضلاع تولید شده توسط دو بردار $a + 2b$ و $2a + 5b$ ، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{3}$

۱۳۵ - اگر خط به معادله $\frac{x-1}{2} = \frac{y-6}{a} = \frac{z}{1}$ بر صفحه‌ای به معادله $2x + y - 3z = 4$ واقع شود، دو تایی مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) (۱, ۲) (۲) (-۱, ۲) (۳) (۱, -۲) (۴) (-۱, -۲)

۱۳۶ - دو دایره از نقطه $(2, 1)$ گذشته و بر محورهای مختصات مماس اند؛ شعاع این دایره‌ها کدام است؟

- (۱) ۱/۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۲/۴ (۴) ۲/۵

۱۳۷ - بیش‌ترین مساحت از بین مثلث‌هایی که یک رأس آن روی بیضی به معادله $2 = 4x - 4x^2 + y^2$ و دو رأس دیگر آن کانون‌های این بیضی باشند کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۳۸ - اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & a & a \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ به ازای کدام مقدار a ماتریس $A \cdot A^t$ وارون‌پذیر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) هر مقدار a (۴) هیچ مقدار a

۱۳۹ - اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس $\left(\frac{1}{2}A\right)^2$ کدام است؟

- (۱) I_2 (۲) $2I_2$ (۳) $-2I_2$ (۴) $-I_2$

۱۴۰ - در دستگاه معادلات $\begin{cases} x + ay + z = 5 \\ 2x + by + 2z = 9 \\ 3x + 3y - z = 2 \end{cases}$ اگر درمیان ضرایب برابر ۴ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۴۱ - داده‌های آمار در ۹ طبقه با طول دسته ۴، دسته‌بندی شدند. اگر ۸ داده بین چارک اول و سوم به آن‌ها اضافه شود و یک واحد از طول دسته کم کنیم، در دسته‌بندی جدید تعداد دسته‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۴۲ - در داده‌های آماری با نمونه‌ها ساقه و برگ، داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم را حذف می‌کنیم. میانگین داده‌های باقیمانده کدام است؟

ساقه	برگ		
۳	۱ ۴ ۵ ۷ ۸ ۸ ۹	$22/9$ (۲)	$22/7$ (۱)
۴	۰ ۰ ۴ ۵ ۵ ۶	$22/4$ (۴)	$22/2$ (۳)
۵	۲ ۳ ۶ ۶ ۷		

۱۴۳ - اگر مجموعه A دارای ۵ عضو و مجموعه B دارای ۶ عضو و مجموعه $A \cap B$ دارای ۲ عضو باشند،

مجموعه $(A \cap B)' \times (A \cup B)'$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۱۴۴ - مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه A ، B و C افراز کرده‌ایم. اگر $A = \{n : n = 7k + 2, k \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{n : n = 7k - 3, k \in \mathbb{N}\}$ و C شامل از این افراز، تعلق دارند؟

- (۱) ۱۳ و ۲۱ (۲) ۱۳ و ۲۳ (۳) ۲۱ و ۲۳ (۴) ۲۲ و ۲۳

۱۴۵ - کدام رابطه، یک رابطه هم ارزی نیست؟

- (۱) متشابه بودن دو مثلث در مجموعه مثلث‌ها (۲) عمود بودن دو خط در مجموعه خطوط در فضا
(۳) موازی بودن دو خط در مجموعه خطوط در فضا (۴) معادل بودن مساحت دو مثلث در مجموعه مثلث‌ها

۱۴۶ - یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج، ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در یک پرتاب، احتمال وقوع عدد بزرگ‌تر از ۳ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

۱۴۷ - صفحه هدف مثلث متساوی‌الاضلاع به ارتفاع ۱۵ واحد است، تیرها شده، به این صفحه هدف برخورد کرده است، با کدام احتمال فاصله محل اصابت تیر از نزدیک‌ترین ضلع این مثلث بیش‌تر از ۱ واحد است؟

- (۱) $0/56$ (۲) $0/64$ (۳) $0/72$ (۴) $0/81$

۱۴۸ - با کدام احتمال رقم سمت راست پلاک اولین اتومبیلی که از بزرگراه خارج می‌شود از ۴ بیش‌تر نیست یا مضرب ۳ می‌باشد؟ (رقم ۰ در پلاک اتومبیل به کار نمی‌رود.)

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۱۴۹ - در یک گراف کامل از مرتبه ۵، چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۱۵۰ - در تقسیم عدد ۱۶۵ بر عدد طبیعی b ، خارج قسمت مجذور باقیمانده است، چند عدد b می‌توان یافت؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۱ - نمایش عددی در مبنای ۳ به صورت $(201121)_3$ است در نمایش این عدد در مبنای ۴، چند مرتبه رقم صفر تکرار شده است؟

- (۱) فاقد صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۲ - از رابطه همبستگی (پیمانه ۱۸) $9a \equiv 7b$ ، کدام نتیجه‌گیری نادرست است؟

- (۱) (پیمانه ۲) $a \equiv 0$ (۲) (پیمانه ۳) $b \equiv 0$ (۳) (پیمانه ۶) $a \equiv 2$ (۴) (پیمانه ۶) $3a \equiv 2b$

۱۵۳- اگر M ماتریس متناظر از یک رابطه روی مجموعه ۴ عضوی باشد. این رابطه کدام خواص را دارد؟

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(۱) بازتابی - تراپایی (۲) بازتابی - متقارن (۳) تراپایی - پادمقارن (۴) متقارن - تراپایی

۱۵۴- به چند طریق می توان ۱۲ سکه را بین سه نفر تقسیم کرد، به طوری که لااقل به هر کدام یک سکه برسد؟

۵۵ (۱) ۴۸ (۲) ۴۵ (۳) ۳۶ (۴)

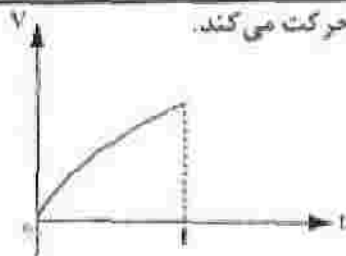
۱۵۵- هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را در یکی از ۶ خانه هم ردیف به تصادف قرار می دهیم، با کدام احتمال

این ارقام در خانه های متوالی و دو رقم زوج کنار هم قرار می گیرند؟

$\frac{1}{5}$ (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{2}{15}$ (۴)

فیزیک

۱۵۶- شکل مقابل نمودار سرعت - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می کند.



حرکت آن در فاصله زمانی نشان داده شده در شکل چگونه است؟

(۱) کند شونده یا شتاب ثابت (۲) تند شونده یا شتاب ثابت
(۳) کند شونده یا شتاب متغیر (۴) تند شونده یا شتاب متغیر

۱۵۷- معادله ی سرعت متحرکی در SI به صورت $\vec{v} = 2t\vec{i} - \vec{j}$ است. بزرگی سرعت متوسط آن در ثانیه ی دوم چند متر بر ثانیه است؟

$\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $0.5\sqrt{10}$ (۴)

۱۵۸- از ارتفاع معینی، گلوله ای رها می شود و لحظه ای بعد گلوله ی دیگری از همان نقطه رها می شود. تا رسیدن گلوله ی اول

به زمین، فاصله ی بین دو گلوله چگونه تغییر می کند؟ (مقاومت هوا ناچیز است.)

(۱) ثابت می ماند (۲) کاهش می یابد (۳) افزایش می یابد (۴) بستگی به جرم گلوله ها دارد.

۱۵۹- پرتابه ای با سرعت اولیه ی $40 \frac{m}{s}$ تحت زاویه ی 30° درجه نسبت به افق رو به بالا پرتاب می شود. بزرگی جابه جایی

پرتابه در مدتی که به نقطه ی اوج خود می رسد چند متر است؟

۴۰ (۱) ۲۰ (۲) $40\sqrt{14}$ (۳) $20\sqrt{14}$ (۴)

۱۶۰- اتومبیلی در مسیر افقی با سرعت $54 \frac{km}{h}$ در حرکت است. راننده ترمز می کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین

جاده و لاستیک اتومبیل 0.2 باشد، اتومبیل تقریباً پس از طی چند متر متوقف می شود؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

۵۶ (۱) ۶۲ (۲) ۱۱۲ (۳) ۴ جرم اتومبیل باید معین باشد (۴)