

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید : $(n \in N) \quad (1 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 4) + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$	۱/۷۵
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به حاصلضرب دو عدد فرد ، ۱ واحد اضافه کنیم عددی زوج بدست می آید .	۱
۳	می دانیم $\sqrt{3}$ گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $7\sqrt{3}$ گنگ است .	۱/۲۵
۴	۲۰ عدد طبیعی دلخواه را بر ۶ تقسیم می کنیم، نشان دهید حداقل ۴ عدد آنها باقیمانده مساوی دارند .	۱/۵
۵	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید : $(A \cup B) \cap (C - A)' = (B - C) \cup A$	۱/۵
۶	اگر $A = \{x x \in Z \text{ و } 0 \leq x \leq 1\}$ و $B = \{x \in Z x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ، مجموعه $A^c - A \times B$ را با اعضاء نشان دهید.	۲
۷	رابطه R روی Z به صورت $R = \{(x, y) x, y \in Z \text{ و } x - y = 5\}$ تعریف شده است . الف : ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است . ب : کلاس هم ارزی [۳] را تعیین کنید .	۱/۵
۸	نمودار رابطه $R = \{(x, y) \in R^2 y \geq x \}$ را در دستگاه مختصات رسم کنید .	۰/۵
۹	هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۱۶ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارتها یکی را به طور قرعه بر می داریم، مطلوب است تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی. ب) پیشامد B که در آن عدد روی کارت یک رقمی باشد. پ) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد. ت) پیشامد $A \cap B$	۲
۱۰	در کیسه ای ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد . ۳ مهره به طور تصادفی از کیسه بیرون می آوریم مطلوبست احتمال آنکه : الف) ۱ مهره سفید و ۲ مهره سیاه باشد . ب) هر سه مهره هم رنگ باشند .	۱/۵
«ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم»		

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	فرض می کنیم $s = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه ای یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم ، $p(a) = p(b) = 7p(c)$ و $p(d) = \frac{3}{8}$ ، مقدار $p(b)$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۲	دو عدد حقیقی به تصادف از بازه $[-2, 2]$ انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال آنکه مجموع مربعات آن دو عدد کمتر از $\frac{1}{4}$ باشد .	۱/۲۵
۱۳	برای هر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید : $p(A' \cap B') = 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B)$	۱/۲۵
۱۴	از مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 1500\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم، احتمال اینکه این عدد بر ۴ یا بر ۵ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چقدر است ؟ «موفق باشید»	۱/۷۵
	جمع نمره	۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱	$P(1): 1 \times 2 = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} \quad 2=2 \quad (./25)$ $P(K): (1 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + K(K+1) = \frac{K(K+1)(K+2)}{3} \quad (./25)$ $P(K+1): (1 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + K(K+1) + (K+1)(K+2) = \frac{(K+1)(K+2)(K+3)}{3} \quad (./25)$ <p>حکم استقرا</p> $\text{طرف چپ حکم} \quad \frac{K(K+1)(K+2)}{3} + (K+1)(K+2) \quad (./5) = \frac{K(K+1)(K+2) + 3(K+1)(K+2)}{3} \quad (./25)$ $= \frac{(K+1)(K+2)(K+3)}{3} \quad (./25)$
---	---

۲	$x = 2k + 1 \quad y = 2k' + 1 \quad (./25)$ $x.y + 1 = (2k + 1)(2k' + 1) + 1 = 4kk' + 2k + 2k' + 2 \quad (./5)$ $x.y + 1 = 2(2kk' + k + k' + 1) = 2k'' \quad (./25)$
---	--

۳	<p>اگر $\sqrt{3}$ گنگ نباشد پس گویا است. (./25)</p> $\sqrt{3} = \frac{p}{q} \quad \left\{ \begin{array}{l} p, q \in \mathbb{Z} \\ q \neq 0 \end{array} \right. \quad (./25)$ $\sqrt{3} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{\sqrt{3}q} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{k} \quad (./5)$ <p>در این صورت به یک تناقض رسیده ایم. پس حکم برقرار است. (./25)</p>
---	--

۴	$s = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_r\} \quad s \subseteq N \quad (./25)$ <p>فرض می کنیم r با ۶ عضو مجموعه باقیمانده های هر عدد طبیعی بر ۶ باشند داریم</p> $r = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad (./25)$ <p>هر گاه هر عضو s را به منزله یک کبوتر و هر عضو r را یک لانه در نظر بگیریم از آنجا بی که تعداد کبوترها بیشتر از تعداد لانه هاست یعنی ۶ (طبق اصل لانه کبوتری) (./25)</p> $20 \quad \left \begin{array}{l} 6 \\ 3 \end{array} \right. \quad (./25) \quad 3+1=4 \quad (./25)$ <p>اگر ۶ عدد طبیعی اول یکی از باقیمانده های مجموعه r را داشته باشند در اینصورت ۶ عدد طبیعی دوم و ۶ عدد طبیعی سوم نیز یکی از باقیمانده های مجموعه r را خواهند داشت در این صورت عدد نوزدهم و عدد بیستم نیز باید یکی از باقیمانده های r را داشته باشند پس حداقل ۴ عدد آنها باقیمانده مساوی دارند. (./25)</p>
---	--

«ادامه در صفحه ی دوم»

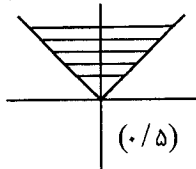
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

راهنمای تصحیح	ردیف
---------------	------

$(A \cup B) \cap (C - A)' = (A \cup B) \cap (C' \cup A)$ (۰/۵) $= (A \cup B) \cap (A \cup C')$ (۰/۲۵) $= A \cup (B \cap C')$ (۰/۲۵) $= A \cup (B - C)$ (۰/۲۵) $= (B - C) \cup A$ (۰/۲۵)	۵
---	---

$A = \{0, 1\}$ (۰/۲۵) $B = \{2, 3\}$ (۰/۲۵) $A^c = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\}$ $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ $A^c = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$ (۰/۵) $A \times B = \{(0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3)\}$ (۰/۵) $A^c - A \times B = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$ (۰/۵)	۶
--	---

$xRy \Leftrightarrow x - y = \Delta K$ $xRx \Leftrightarrow x - x = \Delta K \quad \cdot = \Delta K$ (۰/۲۵) (۱) $\begin{cases} xRy \Rightarrow yRx & (۰/۲۵) \\ x - y = \Delta K \Rightarrow y - x = -\Delta K \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} xRy, yRz \Rightarrow xRz & (۰/۲۵) \\ \begin{cases} x - y = \Delta K \\ y - z = \Delta K' \end{cases} \Rightarrow x - z = \Delta(K + K') = \Delta K'' & (۰/۲۵) (۳) \end{cases}$	۷
<p>از ۱ و ۲ نتیجه می گیریم R یک رابطه هم ارزی است. (۰/۲۵)</p> $[۳] = \{x \mid xR۳\} = \{x - ۳ = \Delta K\}$ (۰/۲۵)	

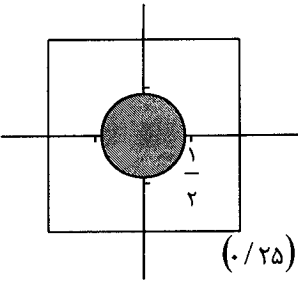
 <p>(۰/۵)</p>	۸
---	---

<p>الف : $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ (۰/۷۵)</p> <p>ب : $A = \{3, 9, 15\}$ (۰/۲۵)</p> <p>پ : $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (۰/۵)</p> <p>ت : $A \cap B = \{3, 9, 15\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{3, 9\}$ (۰/۵)</p>	۹
--	---

«ادامه در صفحه ی سوم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) و نیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان : ۱۶ / ۶ / ۱۳۸۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱۰	$n(S) = \binom{8}{3} = 56 \quad (./25)$ <p>الف) $n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{5}{2} = 3 \times 10 = 30 \quad P(A) = \frac{30}{56} \quad (./5)$</p> <p>ب) $n(B) = \binom{3}{3} + \binom{5}{3} = 1 + 10 = 11 \quad P(B) = \frac{11}{56} \quad (./75)$</p>
۱۱	$p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (./25)$ $p(b) + p(b) + \frac{1}{\sqrt{2}} p(b) + \frac{3}{8} = 1 \quad (./5)$ $p(b) = \frac{\frac{5}{8} (./5)}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{8 \times 15} = \frac{\sqrt{2}}{24}$
۱۲	 <p>$-2 \leq x \leq 2 \quad (./25) \quad a_s = 4 \times 4 = 16$</p> <p>$-2 \leq y \leq 2 \quad (./25) \quad a_A = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$</p> <p>$(./25) \quad x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4} \quad (./25) \quad p(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{\pi}{64}$</p>
۱۳	$p(A' \cap B') = p(A \cup B)' = 1 - p(A \cup B) = 1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)] = 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B)$ <p>(./5) (./5) (./25)</p>
۱۴	$n(S) = 1500 \quad (./25)$ <p>بخش پذیر: $A \rightarrow n(A) = \left[\frac{1500}{4} \right] = 375 \quad (./25)$</p> <p>بخش پذیر: $B \rightarrow n(B) = \left[\frac{1500}{5} \right] = 300 \quad (./25)$</p> $n(A \cap B) = \left[\frac{1500}{20} \right] = 75 \quad (./25)$ $P(A \cup B) = \frac{375}{1500} + \frac{300}{1500} - \frac{75}{1500} = \frac{600}{1500} = \frac{2}{5} \quad (./75)$

مصححین محترم، ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایید.