

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۵ / ۱۰ / ۱۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	آیا رابطه ی زیر تابع است ؟ چرا ؟ $ x  + (y-1)^2 = 0$	۰/۷۵
۲	توابع $f$ و $g$ با ضابطه های $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ مفروضند . اولاً : دامنه ی توابع $f$ و $g$ و $gof$ را تعیین کنید . ثانیاً : در صورت امکان ضابطه ی $gof$ را بنویسید .	۱/۲۵
۳	$\alpha$ و $\beta$ ریشه های معادله ی $x^2 - \sqrt{2}x - 3 = 0$ می باشند . بدون حل معادله ، مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 + \beta^2}$ را محاسبه کنید .	۱
۴	تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2 - 3 & x < 2 \\ x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$ مفروض است . اولاً ثابت کنید این تابع در بازه ی $(-\infty, 2)$ یک به یک است . ثانیاً ضابطه ی تابع معکوس تابع $f$ را در بازه ی $(-\infty, 2)$ بنویسید .	۱/۲۵
۵	درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید . $\cos 20^\circ + \cos 140^\circ + \cos 100^\circ = 0$	۰/۷۵
۶	حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید . ( [ ] نماد جزء صحیح است ) الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^5 + 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{5 - [x]}{x - 6}$ ج) $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} 2x \sin \frac{1}{x}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x} - 2x)$ ه) $\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{2})^+} \tan x$	۳/۲۵
۷	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{2x-1}{4-x^2}$ را در صورت وجود تعیین کنید .	۰/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۸۵ / ۱۰ / ۱۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۸	نوع پیوستگی تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} [x]-1 & x < 3 \\ x^2 - x - 4 & x \geq 3 \end{cases}$ را در $x_0 = 3$ بررسی کنید . ( [ ] نماد جزء صحیح است )	۱
۹	مشتق توابع زیر را بنویسید . ( ساده کردن مشتق الزامی نیست ) الف) $y = (\frac{2}{x} - \sqrt{x})^2 + \text{Arc tan}(2x - 5)$ ب) $y = \sqrt[3]{x}(\sin^2 x - 3 \cos x)$ ج) $y = \frac{x^2 + 2}{5x^2}$	۱/۷۵
۱۰	بادکنک کروی شکل با شعاع ۱۰ سانتی متر را حرارت می دهیم . در اثر حرارت شعاع کره با سرعت ۰/۰۳ سانتی متر افزایش می یابد . آهنگ تغییر حجم کره را تعیین کنید .	۱
۱۱	معادله ی خط قائم بر منحنی تابع $y^3 + x^2 y - 2 = 0$ را در نقطه ی (۱, ۱) واقع بر منحنی بنویسید .	۱/۵
۱۲	در تابع $y = ax^3 + bx^2 + c$ ضرایب $a$ و $b$ و $c$ را چنان تعیین کنید که نمودار تابع از مبدأ مختصات بگذرد و نقطه ی (۱, ۱) نقطه ی عطف آن باشد .	۱/۵
۱۳	ابتدا نمودار تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} & 1 < x \leq 5 \end{cases}$ را رسم کنید . سپس در صورت وجود مختصات نقاط اکسترمم نسبی و مطلق و بحرانی آن را تعیین کنید .	۱/۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin^2 x - \sin x$ را در بازه ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید .	۱/۵
۱۵	اولاً نمودار تابع $y = \frac{ x-3 -4}{2}$ را رسم کنید . ثانیاً مقدار $\int_{-2}^5 \frac{ x-3 -4}{2} dx$ را حساب کنید .	۱/۲۵
	« موفق باشید »	۲۰

باسمه تعالی

رشته : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۱۳۸۵ / ۱۰ / ۱۹	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۰/۷۵	$\left. \begin{aligned}  x  \geq 0, (y-1)^2 \geq 0 \\  x  + (y-1)^2 = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow  x  = 0, (y-1)^2 = 0 \quad (./۲۵) \rightarrow x = 0, y = 1 \quad (./۲۵) \rightarrow f = \{(0,1)\}$ <p>تابع هست زیرا فقط یک زوج مرتب دارد. (./۲۵)</p>	۱
۱/۲۵	$D_f = (-\infty, 1], D_g = R - \{1, -1\} \quad (./۲۵)$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (./۲۵) = \left\{ x \in (-\infty, 1] \mid \underbrace{\sqrt{1-x} \neq 1, -1}_{x \neq 0} \right\} \quad (./۲۵) \Rightarrow$ $D_{gof} = (-\infty, 1] - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, 1] \quad (./۲۵) \quad gof(x) = \frac{1}{1-x-1} = \frac{-1}{x} \quad (./۲۵)$	۲
۱	$\left. \begin{aligned} \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \sqrt{2} \quad (./۲۵) \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3 \quad (./۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$ $\frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{\alpha + \beta}{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta} \quad (./۲۵) = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 - 2(-3)} = \frac{\sqrt{2}}{8} \quad (./۲۵)$	۳
۱/۲۵	$y = -x^2 + 4x - 3 = -[(x-2)^2 - 1] \quad (./۲۵)$ $\left. \begin{aligned} y_1 = -[(x_1-2)^2 - 1] \\ y_2 = -[(x_2-2)^2 - 1] \\ y_1 = y_2 \quad (./۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow (./۲۵) \quad \text{تابع یک به یک است پس معکوس پذیر است}$ $y = -[(x-2)^2 - 1] \rightarrow (x-2)^2 = 1-y \rightarrow  x-2  = \sqrt{1-y} \quad (./۲۵) \rightarrow$ $x < 2 \quad \left. \begin{aligned} \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{1-y} \quad (./۲۵) \rightarrow \\ x = 2 - \sqrt{1-y} \rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{1-x}, x < 1 \quad (./۲۵) \end{aligned} \right\}$	۴
۰/۷۵	$\cos 20^\circ + \cos 14^\circ + \cos 10^\circ = 2 \cos 8^\circ \cos 6^\circ + \cos 10^\circ =$ $\quad (./۲۵)$ $-2 \cos 10^\circ \times \frac{1}{2} + \cos 10^\circ = 0$ $\quad (./۲۵) \quad (./۲۵)$	۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x^5 + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{(x+1)(x^2 + x - 1)(\cdot/25)}{(x+1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)(\cdot/25)} =</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 + x - 1}{x^4 - x^3 + x^2 - x + 1} = \frac{-1}{5} (\cdot/25)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 6} \frac{5 - [x]}{x - 6} = \lim_{\substack{x \rightarrow 6 \\ x &lt; 6 \\ [x] = 5}} \frac{5 - 5}{x - 6} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر نسبی}} = 0 (\cdot/25)</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow (-\infty)} 2x \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{2 \sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} = 2 (\cdot/25)</math> <span style="float: right;">روش اول :</span></p> <p>روش دوم : با استفاده از قضیه فشردگی <math>(\cdot/25)</math></p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{4x^2 - x - 2x})(\sqrt{4x^2 - x + 2x})(\cdot/25)}{\sqrt{4x^2 - x + 2x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - x - 4x^2}{\underbrace{2x}_{2x}} =</math></p> <p style="text-align: center;"><math>(\cdot/25)</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{4x} = \frac{-1}{4} (\cdot/25)</math></p> <p>ه) <math>\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty (\cdot/25)</math></p> <p>یا <math>x &gt; \frac{3\pi}{2}</math> پس انتهای کمان در منطقه‌ی چهارم قرار دارد و بنابراین <math>\tan x &lt; 0</math> پس جواب <math>-\infty</math> می شود. <math>(\cdot/25)</math></p>	
---	--	--

۷	<p><math>D = R - \{2, -2\}</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 2^\pm} y = \pm\infty, \lim_{x \rightarrow (-2)^\pm} y = \pm\infty \Rightarrow x = 2, x = -2</math> مجانبهای قائم <math>(\cdot/5)</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \rightarrow y = 0</math> مجانب افقی <math>(\cdot/25)</math></p>	
« ادامه در صفحه ی سوم »		

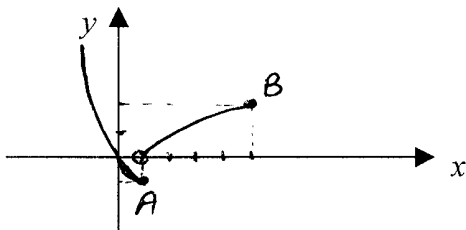
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۹ / ۱۰ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} ([x] - 1) = 2 - 1 = 1, f(3) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - x - 4) = 9 - 3 - 4 = 2 \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ وجود ندارد} \rightarrow x = 3 \text{ پیوسته نیست} \quad (./25)$ <p>ولی چون <math>f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 2</math> پس <math>f</math> در <math>x_0 = 3</math> پیوستگی از راست دارد. <math>(./25)</math></p>	۱
۹	$الف) y' = 2 \left( \frac{2}{x} - \sqrt{x} \right) \left( \frac{-2}{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) + \frac{2}{1 + (2x - 5)^2}$ $ب) y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} (\sin^2 x - 3 \cos x) + (2 \sin x \cos x + 3 \sin x) \sqrt[3]{x}$ $ج) y' = \frac{3x^2 (\Delta x^2) - 1 \cdot x (x^3 + 2)}{(\Delta x^2)^2} \quad (./5)$	۱/۷۵
۱۰	$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (./25)$ $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dR} \times \frac{dR}{dt} = 4\pi R^2 \times 0.3 = 12\pi$	۱
۱۱	$y^3 + x^2 y - 2 = 0 \rightarrow y' = \frac{-2xy}{3y^2 + x^2} \quad (./5) \rightarrow m_{\text{مماس}} = -\frac{1}{2} \rightarrow m_{\text{قائم}} = 2 \Rightarrow$ $\text{معادله ی قائم } y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x - 1$	۱/۵
۱۲	$y' = 3ax^2 + 2bx \quad (./25) \Rightarrow y'' = 6ax + 2b \quad (./25)$ $\left. \begin{array}{l} 1 = a + b + c \\ 0 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 0 \\ 0 = 6a + 2b \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad (./5)$	۱/۵
« ادامه در صفحه ی چهارم »		

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۵ / ۱۰ / ۱۹	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۵

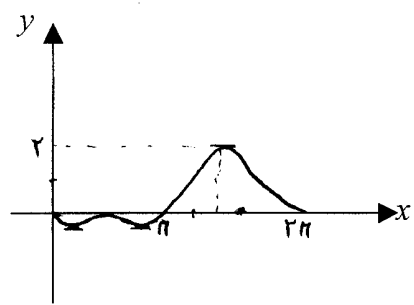
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	<p>نقاط بحرانی: <math>B(5,2), A(1,-1)</math> (۰/۵)</p> <p>نقاط <math>Min</math> نسبی و مطلق: <math>A(1,-1)</math> (۰/۲۵)</p> <p>نقاط <math>Max</math> نسبی و مطلق: ندارد (۰/۲۵)</p>	۱/۵
----	---	-----



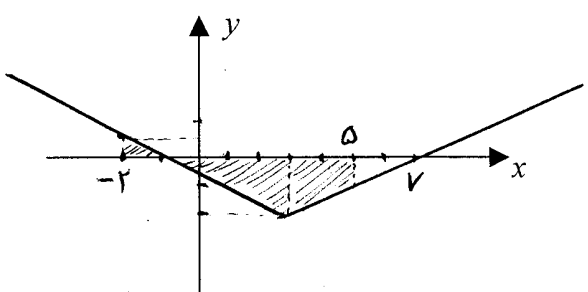
رسم (۰/۵)

۱۴	<p><math>y' = 2 \sin x \cos x - \cos x = \cos x(2 \sin x - 1)</math> (۰/۲۵)</p> $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \rightarrow y = 0, y = 2 \\ 2 \sin x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \end{cases}$ <p>و <math>\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 0 \\ x = 2\pi \rightarrow y = 0 \end{cases}</math></p> $y = 0 \rightarrow \sin x(\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \rightarrow x = 0, x = \pi, x = 2\pi \\ \sin x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>۰</td> <td><math>\frac{\pi}{6}</math></td> <td><math>\frac{\pi}{2}</math></td> <td><math>\frac{5\pi}{6}</math></td> <td><math>\pi</math></td> <td><math>\frac{3\pi}{2}</math></td> <td><math>2\pi</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td>—</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>—</td> <td>+</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td>۰</td> <td><math>-\frac{1}{4}</math></td> <td>۰</td> <td><math>-\frac{1}{4}</math></td> <td>۰</td> <td>۲</td> <td>۰</td> </tr> </table> <p>رسم (۰/۵)</p>	$x$	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$	$y'$	—	۰	+	۰	—	+	۰	$y$	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	۲	۰	۱/۵
$x$	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$																			
$y'$	—	۰	+	۰	—	+	۰																			
$y$	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	$-\frac{1}{4}$	۰	۲	۰																			



جدول (۰/۷۵)

۱۵	<p><math>y = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases}</math></p> <p><math>x = 3 \Rightarrow y = -2</math></p> $\int_{-2}^5 y dx = \int_{-2}^{-1} y dx + \int_{-1}^3 y dx + \int_3^5 y dx =$ $\frac{1 \times \frac{1}{2}}{2} - \frac{4 \times 2}{2} - \frac{2(1+2)}{2} = -\frac{27}{4}$ <p>محاسبه (۰/۷۵)</p>	۱/۲۵
----	--	------



رسم (۰/۵)

۲۰	<p>مصححین گرامی، با سلام لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.</p>	
----	--	--