

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰:۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۰/۲۰ / ۱۳۸۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیمسال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۸۵-۱۳۸۴	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	آیا معادله‌ی $y^2 - 2y = x$ در اعداد حقیقی می‌تواند ضابطه‌ی یک تابع باشد؟ چرا؟	۱
۲	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروضند. الف) دامنه‌ی توابع f و g و $g \circ f$ را تعیین کنید. ب) در صورت وجود ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ را بنویسید.	۱/۲۵
۳	اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 5x + 3 = 0$ باشند، بدون یافتن ریشه‌ها مقدار عددی $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را محاسبه کنید.	۱
۴	نشان دهید $2x - 5$ یک فاکتور $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ می‌باشد، سپس فاکتورهای دیگر $f(x)$ را تعیین کنید.	۱
۵	ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی a و b نامساوی $ a - b \geq a - b $ برقرار است.	۰/۷۵
۶	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = [x] + [-x]$ مفروض است. حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$	۱
۷	حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 4}{x - 2} + \sqrt{x + 7} \right)$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{2x - \pi}$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 - \cos x}{[\sin x]}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 5x}}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x}}$	۲/۵
« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »		

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۳۰: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۱۰ / ۲۰		سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵	

ردیف	سوالات	نمره
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ را در صورت وجود تعیین کنید.	۱
۹	به ازای چه مقادیری از a تابع f به معادله $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 + ax + 1}$ همواره پیوسته است؟	۰/۱۵
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \frac{\sqrt[3]{x}(2x-1)^5}{x^3 - 4x}$ ب) $y = \text{Arctan } x^2 + \text{Cos}^2 3x$ ج) $y - \text{Sin} \frac{x}{y} = 0$	۱/۷۵
۱۱	تابع $y = x^2 + ax + 1$ داده شده است. a را به قسمی تعیین کنید که مماس های مرسوم بر منحنی تابع در نقاط M و N به طول های ۱ و ۱- واقع بر منحنی بر هم عمود باشند.	۱
۱۲	تابع $y = \frac{ax - 2}{x + a - 3}$ داده شده است. آیا مقدار یا مقادیری از a وجود دارد که تابع به ازای آن ها اکیداً صعودی باشد؟ تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۳	آهنگ آنی تغییر مساحت یک مربع به ضلع x را نسبت به تغییر محیط آن تعیین کنید.	۰/۷۵
۱۴	به ازای چه مقادیری از a و b نقطه‌ی $(2$ و $1)$ مرکز تقارن منحنی نمایش تابع $y = ax^3 + bx^2$ است؟	۱
۱۵	ابتدا نمودار تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 3 - x^2 & x \leq 0 \\ 1 - \frac{1}{2}x & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس از روی نمودار نقاط اکسترمم نسبی و مطلق و بحرانی تابع را در صورت وجود تعیین کنید.	۱
۱۶	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{\text{Cos } x}{2\text{Cos } x - 1}$ را در بازه‌ی $[0$ و $2\pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۷	ابعاد مستطیلی را بیابید که مساحت آن ۶۴ مترمربع بوده و محیط آن می نیمم باشد.	۱
۱۸	ابتدا نمودار تابع $y = \begin{cases} 2x - 1 & x < 1 \\ 2 + [x] & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس $\int_{-1}^3 y dx$ را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است)	۱/۲۵
	«موفق باشید»	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
آموزش متوسطه سال سوم	تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۱۰ / ۲۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیمسال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$y_1^2 - 2y_1 = x_1$ $y_2^2 - 2y_2 = x_2 \longrightarrow y_1^2 - 2y_1 = y_2^2 - 2y_2 \longrightarrow (y_1 - 1)^2 - 1 = (y_2 - 1)^2 - 1$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $x_1 = x_2$ $\longrightarrow y_1 = y_2 \quad \text{یا} \quad y_1 = 2 - y_2 \longrightarrow \text{تابع نیست (۰/۲۵)}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	
۲	$D_f: x^2 - 1 \geq 0 \longrightarrow x \geq 1 \longrightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $D_g: x \neq 0 \longrightarrow D_g = R - \{0\}$ $D_{g \circ f} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \mid \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - 1} \neq 0 \\ x \neq 1, -1 \end{array} \right\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ $D_{g \circ f} = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $(g \circ f)(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (۰/۲۵)$	
۳	$A = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\Rightarrow A = \frac{19}{3} \quad (۰/۲۵)$ <p>$\alpha + \beta = 5$ و $\alpha\beta = 3$ (۰/۲۵)</p>	
۴	$2x - 5 = 0 \longrightarrow x = \frac{5}{2} \longrightarrow f\left(\frac{5}{2}\right) = 0 \quad (۰/۲۵) \longrightarrow$ <p style="text-align: center;">۲x - 5 یک فاکتور f(x) است به عبارت دیگر f(x) بر ۲x - 5 بخش پذیر است پس</p> $f(x) = (2x - 5)(x^2 + x - 2) = (2x - 5)(x - 1)(x + 2)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) (۰/۲۵)</p>	
۵	$ a = (a - b) + b \leq a - b + b \Rightarrow a - b \leq a - b \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	
۶	<p>هر کدام ۰/۲۵ نمره دارد.</p> <p>۱) - د ۱) - ج ۱) - ب ۱) - الف</p>	
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
آموزش متوسطه سال سوم	تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۱۰ / ۲۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیمسال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} + \sqrt{x+7} \right) = 4 + 3 = 7$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{2x - \pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(-t)}{2(\frac{\pi}{2} + t) - \pi} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{2t} = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$t = x - \frac{\pi}{2} \rightarrow 0$ و $x = \frac{\pi}{2} + t$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 - \cos x}{[\sin x]} = \frac{1}{-1} = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \longrightarrow -1 < \sin x < 0$ (۰/۲۵)</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 5x}}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + x}{x} = 3$ (۰/۲۵)</p>	۲/۵
---	---	-----

۸	<p>$x > 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ (۰/۲۵) $x = 1$ مجانب قائم و $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow$ (۰/۲۵) $y = 0$ مجانب افقی</p> <p>یا اگر بدون محاسبه دامنه مجانبها درست پیدا شود، نمره کامل منظور گردد.</p>	۱
---	---	---

۹	<p>باید مخرج ریشه نداشته باشد یا باید Δ در معادله‌ی مخرج منفی باشد یعنی</p> <p>$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \rightarrow a^2 - 4 < 0 \rightarrow a < 2 \rightarrow -2 < a < 2$ (۰/۲۵)</p>	۰/۵
---	---	-----

۱۰	<p>الف) $y' = \frac{\left(\frac{1}{3\sqrt{x^2}} (2x-1)^5 + 5 \times 2(2x-1)^4 \times \sqrt{x} \right) (x^3 - 4x) - (3x^2 - 4)\sqrt{x}(2x-1)^5}{(x^3 - 4x)^2}$ (۰/۵)</p> <p>ب) $y' = \frac{2x}{1 + (x^2)^2} = \frac{2x}{1 + x^4}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
----	--	------

« ادامه در صفحه‌ی سوم »

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
آموزش متوسطه سال سوم	تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۱۰ / ۲۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیمسال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	$y' - \frac{y - y'x}{y^2} \cos \frac{x}{y} = 0 \rightarrow y' = \frac{\frac{1}{y} \cos \frac{x}{y}}{1 + \frac{x}{y^2} \cos \frac{x}{y}} \quad (0/5)$	
--	--	--

۱	$y' = 2x + a \rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{مماس در} & m_1 = 2 + a \\ x=-1 & \text{مماس در} & m_2 = -2 + a \end{cases} \quad (0/25)$ <p>دو مماس برهم عمودند</p> $\rightarrow m_1 m_2 = -1 \rightarrow (2+a)(-2+a) = -1 \rightarrow a^2 = 3 \rightarrow a = \pm\sqrt{3} \quad (0/25)$	۱۱
---	---	----

۰/۷۵	$y' = \frac{a(a-3) - (-2)(1)}{(x+a-3)^2} = \frac{a^2 - 3a + 2}{(x+a-3)^2} \quad (0/25)$ <p>برای اینکه تابع اکیداً صعودی باشد باید $y' > 0$ باشد یعنی؛</p> $\frac{a^2 - 3a + 2}{(x+a-3)^2} > 0 \quad (0/25) \rightarrow a^2 - 3a + 2 > 0 \rightarrow a < 1 \quad \vee \quad a > 2 \quad (0/25)$	۱۲
------	--	----

۰/۷۵	$S = x^2$ $P = 4x \quad (0/25) \quad \frac{ds}{dp} = \frac{ds}{dx} \times \frac{dx}{dp} = 2x \times \frac{1}{4} = \frac{x}{2} \quad (0/25)$	۱۳
------	---	----

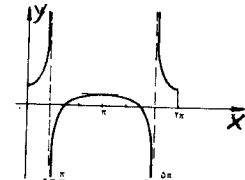
۱	<p>در توابع درجه سوم، مرکز تقارن همان نقطه‌ی عطف است.</p> $(1, 2) \rightarrow 2 = a + b \quad (0/25)$ $y' = 3ax^2 + 2bx \rightarrow y'' = 6ax + 2b \rightarrow 0 = 6a + 2b \quad (0/25)$ $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \quad a = -1 \quad \text{و} \quad b = 3 \quad (0/5)$	۱۴
---	--	----

۱	<p>رسم (0/5)</p> <p>$A(0, 3) \quad B\left(1, \frac{1}{2}\right) \quad (0/5)$</p> <p>Max و Min نسبی ندارد بحرانی A و B Max مطلق A Min مطلق ندارد</p>	۱۵
---	--	----

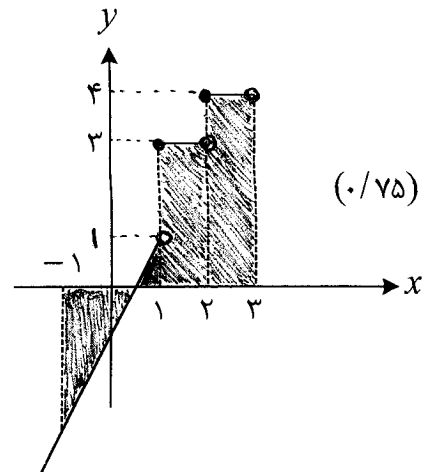
« ادامه در صفحه‌ی چهارم »

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
آموزش متوسطه سال سوم	تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۱۰ / ۲۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیمسال اول (دی ماه) سال تحصیلی ۱۳۸۴-۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	$y' = \frac{\sin x}{(2\cos x - 1)^2} \quad (0/25) \quad y' = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } x = \pi \text{ و } x = 2\pi \quad (0/25)$ $y = 1 \text{ و } y = \frac{1}{3} \text{ و } y = 1$ $y = 0 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \text{ و } x = \frac{3\pi}{2} \quad (0/25)$ $y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow 2\cos x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ و } x = \frac{5\pi}{3} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">مجانب های قائم</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{3}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>π</td> <td>$\frac{3\pi}{2}$</td> <td>$\frac{5\pi}{3}$</td> <td>2π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$1 \rightarrow +\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>0</td> <td>$-\infty$</td> <td>$1 \rightarrow +\infty$</td> </tr> </table>  <p style="text-align: right;">رسم شکل (0/25)</p> <p style="text-align: center;">جدول (0/25)</p>	x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π	y'	0	+	+	0	-	-	0	y	$1 \rightarrow +\infty$	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\infty$	$1 \rightarrow +\infty$	۱۶
x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π																			
y'	0	+	+	0	-	-	0																			
y	$1 \rightarrow +\infty$	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	0	$-\infty$	$1 \rightarrow +\infty$																			

۱	$(x = \text{طول و } y = \text{عرض}) \quad S = xy \rightarrow xy = 64 \rightarrow y = \frac{64}{x}$ $P = 2(x + y) = 2\left(x + \frac{64}{x}\right) = 2x + \frac{128}{x} \quad (0/25)$ $P' = 2 - \frac{128}{x^2} = 0 \rightarrow x = 8 \rightarrow y = 8 \quad (0/25)$	۱۷
---	--	----

۱/۲۵	 <p style="text-align: right;">رسم شکل (0/75)</p> $\int_{-1}^3 y dy = \frac{-3}{2} \times 3 + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + 3 + 4 = 5 \quad (0/5)$	۱۸
------	--	----

۲۰	جمع نمره	
----	----------	--