

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان: ۵ / ۶ / ۱۳۸۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>نمودار تابع معین <math>f</math> با دامنه <math>[-۲, ۴]</math> و برد <math>[۰, ۳]</math> در شکل زیر داده شده است. اولاً: نمودار تابع <math>f(۲x) + ۱</math> را رسم کنید. ثانیاً: دامنه و برد آن را تعیین کنید.</p>	۱
۲	<p><math>m</math> را طوری پیدا کنید که یکی از ریشه های معادله <math>mx^2 - 4x + 1 = 0</math> سه برابر ریشه دیگر باشد. (<math>m \neq 0</math>)</p>	۱/۲۵
۳	<p>مقدار <math>k</math> را طوری پیدا کنید که باقیمانده تقسیم <math>p(x) = x^3 - 2kx - 3</math> بر <math>x - 2</math> مساوی یک باشد.</p>	۰/۷۵
۴	<p>تابع <math>f(x) = \sqrt{x-1}</math> مفروض است. اولاً: ثابت کنید تابع <math>f</math> معکوس پذیر است. ثانیاً: ضابطه های تابع معکوس تابع <math>f</math>، <math>f^{-1}</math> را بنویسید. ثالثاً: آیا دو تابع <math>f \circ f^{-1}</math> و <math>f^{-1} \circ f</math> مساویند؟ چرا؟</p>	۱/۲۵
۵	<p>درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید. (<math>\alpha \neq 0</math>)</p> $\frac{2 \sin \alpha \cos 3\alpha}{\sin 2\alpha} = 2 \cos 2\alpha - 1$	۰/۷۵
۶	<p>تابع <math>f</math> با ضابطه <math>f(x) = \frac{x-2}{[x-2]}</math> مفروض است. آیا <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)</math> وجود دارد؟ چرا؟</p>	۰/۵
۷	<p>حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \sin \frac{1}{x-1}</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+3}{x^2 + 2x - 3}</math>      د) <math>\lim_{x \rightarrow (-\infty)} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x})</math></p>	۲/۵
۸	<p>معادلات خطوط مجانب افقی و قائم تابع <math>y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+1}</math> را در صورت وجود به دست آورید.</p>	۰/۷۵
۹	<p>مقادیر <math>a</math> و <math>b</math> را چنان بیابید که تابع <math>f</math> با ضابطه ی <math>f(x) = \begin{cases} a[x] - 1 &amp; x &lt; 2 \\ -2 &amp; x = 2 \\ a \sin(x-2) + bx &amp; x &gt; 2 \end{cases}</math> در <math>x = 2</math> پیوسته باشد.</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) <math>y = \frac{(x^2 + 5x)^2}{\sqrt[3]{x}}</math>      ب) <math>y = \sin^3(x^2 + x) + \cot(\delta x)</math>      ج) <math>y = \text{ArcCos}(\sqrt{x})</math></p>	۱/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان: ۵ / ۶ / ۱۳۸۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x+1}{-x+1}$ را رسم کنید و مختصات مرکز تقارن تابع را تعیین کنید.	۱/۵
۱۲	مشتق پذیری تابع $f$ با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2(x+1)}$ را در $x_0 = 0$ بررسی کنید.	۱
۱۳	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = x^3 + 3x^2$ را در نقطه‌ی عطف آن بنویسید.	۱
۱۴	با توجه به نمودار $f$ در شکل زیر نقاط اکسترمم نسبی و مطلق و بحرانی تابع $f$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sqrt{3} \tan x - 1$ را در بازه $[0, \pi]$ رسم کنید.	۱/۲۵
۱۶	یک مستطیل به محورهای $x$ و $y$ و نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{4-x}{2}$ محدود شده است. طول و عرض مستطیل چقدر باشد تا مساحت آن ماکزیمم شود؟	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) =   x-1  - 2 $ را رسم کنید سپس مقدار $\int_{-2}^3 f(x) dx$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	« موفق باشید »	
۲۰	جمع نمره	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان: ۵ / ۶ / ۱۳۸۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۱۳۸۳-۸۴	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$-2 \leq 2x \leq 4 \rightarrow -1 \leq x \leq 2 \quad 0 \leq y \leq 3 \Rightarrow 1 \leq y+1 \leq 4$ <p style="text-align: center;"><math>D = [-1, 2]</math> و <math>R = [1, 4]</math> (۰/۲۵)                      (۰/۲۵)</p>	۱
۱/۲۵	$\alpha = 3\beta \rightarrow \alpha + \beta = 4\beta \rightarrow \frac{4}{m} = 4\beta \rightarrow \beta = \frac{1}{m} \quad (۰/۲۵)$ $m\left(\frac{1}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{m}\right) + 1 = 0 \rightarrow \frac{1}{m} - \frac{4}{m} = -1 \rightarrow m = 3 \quad (۰/۲۵)$	۲
۰/۷۵	$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \Rightarrow p(2) = 1 \rightarrow (2)^2 - 2k(2) - 3 = 1 \rightarrow k = 1 \quad (۰/۲۵)$	۳
۱/۲۵	$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \sqrt{x_1 - 1} = \sqrt{x_2 - 1} \rightarrow x_1 = x_2 \quad (۰/۲۵)$ <p>اولا پس <math>f</math> یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است و <math>D_f = [1, \infty)</math> و <math>R_f = [0, \infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p>ثانیا <math>y = \sqrt{x-1} \rightarrow y^2 + 1 = x \rightarrow f^{-1}(x) = x^2 + 1 \quad x \geq 0 \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>ثالثا خیر (۰/۲۵) زیرا :</p> $x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{f^{-1}} x \Rightarrow f^{-1} \text{ of } : D_f \rightarrow D_f$ $f(x) \xrightarrow{f^{-1}} x \xrightarrow{f} f(x) \Rightarrow f \text{ of } f^{-1} : R_f \rightarrow R_f$ <p style="text-align: center;">و چون <math>D_f \neq R_f = D_{f^{-1}}</math> پس <math>f \text{ of } f^{-1} \neq f^{-1} \text{ of } f</math> (۰/۲۵)</p>	۴
۰/۷۵	$\frac{\sin(\alpha + 3\alpha) + \sin(\alpha - 3\alpha)}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha} =$ $\frac{2\sin 2\alpha \cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha (2\cos 2\alpha - 1)}{\sin 2\alpha} = 2\cos 2\alpha - 1$	۵
« ادامه در صفحه ی دوم »		

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۴ / ۶ / ۵	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) و نیم سالی واحدی بزرگسالان
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۱۳۸۳-۸۴

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>خیر (۰/۲۵) زیرا: روش اول چون <math>f</math> برای <math>x &gt; 2</math> و نزدیک به ۲ تعریف نشده پس این حد وجود ندارد. (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم خیر (۰/۲۵) <math>x \rightarrow 2^+ \Leftrightarrow x = 2 + \varepsilon, \varepsilon &gt; 0</math></p> <p>که موجود نیست (۰/۲۵) <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{[x-2]} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{2+\varepsilon-2}{[2+\varepsilon-2]} = \frac{0^+}{[0^+]} = \frac{0^+}{0^+}</math></p> <p>روش سوم خیر (۰/۲۵) حد وجود ندارد (۰/۲۵) مطلق <math>\rightarrow</math> <math>x \rightarrow 2^+ \rightarrow [x-2] = 0</math> مطلق</p>	۰/۵
۷	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+1})}{x-1} = 2 \times 2 = 4</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \sin \frac{1}{x-1} = 0 \times -1, 1 = 0</math> عدد بین (۰/۲۵)</p> <p>یا به روش فشردگی و ضرب طرفین در <math>x^2 - 1</math> و <math>-1 \leq \sin \frac{1}{x-1} \leq 1</math> (۰/۵)</p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+3}{(x-1)(x+3)} = \frac{5}{0^- \times 4} = \frac{5}{0^-} = -\infty</math> (۰/۲۵)</p> <p>د) <math>\lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{(\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2-2x})(\sqrt{x^2+2x} + \sqrt{x^2-2x})}{\sqrt{x^2+2x} + \sqrt{x^2-2x}} =</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{x^2+2x-x^2+2x}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}} = \lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{4x}{-x-x} = -2</math> (۰/۲۵)</p>	۲/۵
۸	<p>روش اول: برای <math>x = -1</math> حد وجود ندارد (۰/۲۵) یا (۰/۲۵) <math>D = [0, \infty)</math></p> <p>مجانب افقی (۰/۲۵) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \rightarrow y = 0</math> و <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \infty \rightarrow x = 0</math> (۰/۲۵) مجانب قائم</p> <p>روش دوم:</p> <p>مجانب قائم (۰/۵) <math>x = 0 \Rightarrow</math> وجود ندارد <math>\lim_{x \rightarrow (-1)} y</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \infty</math>, <math>x = -1, x = 0</math></p> <p>مجانب افقی (۰/۲۵) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0 \rightarrow y = 0</math></p>	۰/۷۵
۹	<p>شرط پیوستگی در <math>x = 2</math> (۰/۲۵) <math>\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)</math></p> <p><math>a - 1 = -2 = 2b \Rightarrow a = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>b = -1</math> (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
« ادامه در صفحه‌ی سوم »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان	تاریخ امتحان: ۵ / ۶ / ۱۳۸۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	$y' = \frac{3(2x+5)(x^2+5x)^2\sqrt{x} - \frac{1}{3\sqrt{x^2}}(x^2+5x)^3}{(\sqrt{x})^2} \quad (0/5)$ <p>الف</p> $y' = 3(2x+1)\sin^2(x^2+x)\cos(x^2+x) - \delta(1+\cot^2(\delta x)) \quad (0/25)$ <p>ب</p> $y' = \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \quad (0/5) \quad 0 < x \leq 1$ <p>ج</p>	
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

۱۱	<p>مرکز تقارن <math>\omega \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}</math> <math>(0/25)</math></p> <p><math>x \rightarrow \infty \Rightarrow y = -2</math> <math>(0/25)</math> <math>\Rightarrow</math> <math>\omega \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}</math></p> <p>مجاناب افقی <math>y = -2</math></p> <p><math>y \rightarrow \infty \Rightarrow x = 1</math> <math>\Rightarrow</math> <math>\omega \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}</math></p> <p>مجاناب قائم <math>x = 1</math></p> <p><math>y' = \frac{3}{(-x+1)^2} &gt; 0 \quad (0/25)</math></p> <p><math>x = 0 \rightarrow y = 1</math> و <math>y = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}</math></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>y'</math></td> <td></td> <td></td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>y</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-2</math></td> </tr> </table> <p>رسم شکل <math>(0/25)</math> رسم جدول <math>(0/5)</math></p>	$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$1$	$+\infty$	$y'$			+		+	$y$	$-2$	$0$	$1$	$+\infty$	$-2$	
$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$0$	$1$	$+\infty$															
$y'$			+		+															
$y$	$-2$	$0$	$1$	$+\infty$	$-2$															

۱۲	$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{x\sqrt{x+1} - \cdot}{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x\sqrt{x+1}}{x} = 1 & (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x\sqrt{x+1}}{x} = -1 & (0/25) \end{cases}$ <p>چون مساوی نیست پس در <math>x=0</math> مشتق پذیر نیست. <math>(0/25)</math></p>	
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

۱۳	<p>نقطه عطف <math>(-1, 2)</math> <math>(0/25)</math></p> <p><math>y' = 3x^2 + 6x \rightarrow y'' = 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1 \rightarrow y = 2 \rightarrow (-1, 2)</math></p> <p>مماس در عطف <math>m = -3 \Rightarrow y - 2 = -3(x + 1) \rightarrow y = -3x - 1</math></p>	
----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

۱۴	<p><math>Max : H</math> مطلق</p> <p><math>Max : D</math> نسبی ندارد</p> <p><math>Min : D</math> مطلق <math>(0/5)</math></p> <p><math>Min : D, G</math> نسبی <math>(0/25)</math></p> <p><math>C, D, G, H</math> بحرانی <math>(0/5)</math></p>	
----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

« ادامه در صفحه ی چهارم »

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۵ / ۶ / ۱۳۸۴	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (روزانه) ونیم سالی واحدی بزرگسالان
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۴-۱۳۸۳

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۲۵	<p><math>y \rightarrow \infty \Rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{2}</math> مجانب قائم (۰/۲۵)</p> <p><math>x = 0 \rightarrow y = -1, x = \pi \rightarrow y = -1</math></p> <p><math>y = 0 \rightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{6}</math></p> <p><math>y' = \sqrt{3}(1 + \tan^2 x) &gt; 0</math> (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>	۱۵
۱	<p>ابعاد مستطیل <math>x, y = \frac{4-x}{2}</math></p> <p>مساحت مستطیل <math>S = x \left( \frac{4-x}{2} \right) = 2x - \frac{x^2}{2} \rightarrow S' = 2 - x = 0 \rightarrow x = 2, y = 1</math></p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۱۶
۱/۲۵	<p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p> <math>x = 1 \rightarrow y = 2</math>  <math>y = 0 \rightarrow  x-1  = 2 \rightarrow x = 3</math>  <math>x = -2 \rightarrow y = 1</math>  <math>x = -1</math> </p> <p><math>\int_{-2}^3 f(x) dx = \frac{1 \times 1}{2} + \frac{4 \times 2}{2} = \frac{9}{2}</math> (۰/۷۵)</p>	۱۷
۲۰	جمع نمره	

همکار محترم خسته نباشید

لطفا برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید با تشکر