

باسمه تعالی

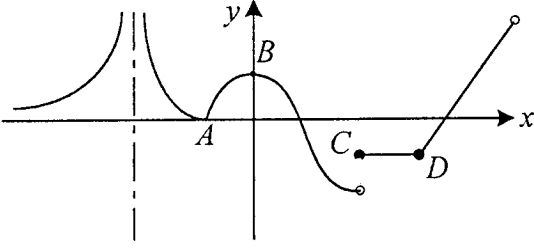
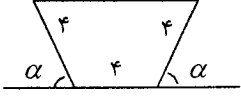
سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه‌ی تابع رو به رو را تعیین کنید. $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$	۰/۷۵
۲	نمودار تابع f با ضابطه‌ی $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است: نمودار توابع $y = f(x+2)$ و $y = -2f(x)+1$ را به کمک انتقال رسم نموده و دامنه و برد هر یک را تعیین کنید. 	۱/۷۵
۳	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{x-3}$ ، $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ مفروضند. اولاً: دامنه‌ی توابع f و g و $g \circ f$ را تعیین کنید. ثانیاً ضابطه‌ی $g \circ f$ را بنویسید.	۱
۴	اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1}$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۵	تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ مفروض است. اولاً: ثابت کنید f یک به یک است. ثانیاً: ضابطه‌ی معکوس f را بنویسید.	۰/۷۵
۶	تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} [x]-1 & x < -1 \\ \frac{x^2-1}{x+1} & x > -1 \end{cases}$ مفروض است. حدود زیر را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$	۰/۷۵
۷	حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^3 - 3x + 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$	۲/۷۵
۸	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} [-x] + bx & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x-1 + a & x > 1 \end{cases}$ در $x_0 = 1$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است)	۱/۵

ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان : ۱۳۸۳/۰۶/۱۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	

۰/۷۵	۹	مشتق تابع $f(x) = \sqrt{5x-1}$ را در $x = 2$ از راه تعریف مشتق محاسبه کنید .
۱	۱۰	مشتق بگیرید . (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \sqrt{x} (2x-1)^5$ ب) $y = 5 \sin^4 3x - \cot x^2$
۱	۱۱	با توجه به شکل کدامیک از نقاط مشخص شده اکسترمم نسبی یا اکسترمم مطلق یا بحرانی می باشند ؟ 
۱	۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x+1}{2x-1}$ را رسم کنید .
۰/۵	۱۳	اگر شعاع دایره ای از ۲ سانتیمتر تا ۴ سانتیمتر تغییر کند ، آهنگ تغییر مساحت آن را محاسبه کنید.
۱/۲۵	۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 2$ را رسم کنید. سپس مختصات نقطه‌ی عطف آن را بنویسید.
۱	۱۵	معادله‌ی خط قائم بر منحنی $xy - x^2 = 1$ را در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر منحنی بنویسید.
۰/۷۵	۱۶	دامنه‌ی تابع $y = \text{Arcsin} \frac{1}{x-2}$ را تعیین کنید.
۱/۵	۱۷	مقاطع عرضی یک کانال آبیاری دوزنقه‌ه‌ای متساوی الساقین هستند که طول سه ضلعشان ۴ متر می باشد . زاویه‌ی α را طوری تعیین کنید که مساحت مقطع عرضی ماکزیمم باشد. 
۱/۲۵	۱۸	ابتدا نمودار تابع $f(x) = 2 - x-1 $ را رسم کنید سپس انتگرال معین $\int_{-1}^2 f(x) dx$ را نیز محاسبه کنید .
۲۰		جمع نمرات « موفق باشید »

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۱۲	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳

راهنمای تصحیح		ردیف
$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \neq 1, -1 \end{array} \right\} \rightarrow D_g = [0, +\infty) - \{1\} \quad (0/25)$		۱
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>$y = f(x+2)$ (0/25)</p> <p>$D = [-2, 2]$ $R_f = [0, 2]$</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$D = [0, 4]$ $R = [-2, 1]$</p> <p>$y = -2f(x) + 1$ (0/25) $y = -2f(x)$ (0/25) رسم شکل</p> </div> </div>		۲
$D_f : x - 2 \geq 0 \rightarrow D_f = [2, +\infty) \quad (0/25)$ $D_g : x - 1 \neq 0 \rightarrow D_g = R - \{1\}$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [2, +\infty) \mid \sqrt{x-2} \in D_g\} = [2, +\infty) - \{4\} \quad (0/25)$ $gof(x) = \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{x-2} - 1} \quad (0/25)$		۳
$\alpha + \beta = 4 \quad (0/25) \quad \frac{\alpha(\alpha+1) + \beta(\beta+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{4^2 - 2(-2) + 4}{-2 + 4 + 1} = \frac{24}{3} = 8$ $\alpha\beta = -2 \quad (0/25)$		۴
$y = \sqrt{x_1 + 2}$ و $y = \sqrt{x_2 + 2} \rightarrow \sqrt{x_1 + 2} = \sqrt{x_2 + 2} \rightarrow x_1 = x_2 \quad (0/25) \rightarrow$ f یک به یک است و بنابراین معکوس پذیر است $y = \sqrt{x+2} \rightarrow y^2 = x+2 \quad (0/25) \rightarrow x = y^2 - 2 \rightarrow f^{-1}(x) = x^2 - 2 \quad (0/25) \quad x \geq 0$		۵
الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} ([x] - 1) = -3 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = -2 \quad (0/25)$ ج) $-2 \neq -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$ ندارد وجود ندارد (0/25)		۶

ادامه در صفحه دوم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۱۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \frac{1}{4} \quad (./25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2+x-3)}{(x-1)(x^2+x-2)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \quad (./25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2-2x-x})(\sqrt{x^2-2x+x})}{\sqrt{x^2-2x}+x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x\left(\sqrt{1-\frac{2}{x}}+1\right)} = \frac{-2}{2} = -1 \quad (./25)$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x(1-\cos x)}{x^2 \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \times 2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2 \cos x} = 0 \quad (./25)$</p>	۷
--	---

<p>$f(x) = 2 \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 + b \quad (./25)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a \quad (./25)$</p> <p>پیوستگی شرط $(./25) f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$</p> <p>$2 = -1 + b = a \quad (./25) \Rightarrow a = 2 \quad (./25)$ و $b = 3 \quad (./25)$</p>	۸
---	---

<p>$f(2) = 3$</p> <p>$f(2 + \Delta x) = \sqrt{5(2 + \Delta x) - 1} = \sqrt{5\Delta x + 9}$ $f'(2) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5\Delta x + 9} - 3}{\Delta x} \times \frac{\sqrt{5\Delta x + 9} + 3}{\sqrt{5\Delta x + 9} + 3} =$</p> <p>$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{5\Delta x + 9 - 9}{\Delta x(\sqrt{5\Delta x + 9} + 3)} \Rightarrow f'(2) = \frac{5}{6} \quad (./25)$</p>	۹
--	---

<p>الف) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x-1)^5 + 5(2x-1)^4(2)\sqrt{x} \quad (./25)$</p>	<p>ب) $y' = 2 \cdot \sin^2 2x \times 2 \cos 2x + 2x(1 + \cot^2 x)^2 \quad (./25)$</p>	۱۰
---	--	----

<p>از C تا D و A, B, C, D : نقاط بحرانی $(./25)$</p> <p>از C تا D و A, D : Min نسبی $(./25)$</p> <p>از D تا C و B, C : Max نسبی $(./25)$</p> <p>$\left. \begin{matrix} Min \\ Max \end{matrix} \right\}$ مطلق ندارد $(./25)$</p> <p>ادامه در صفحه سوم</p>	۱۱
--	----

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۳/۰۶/۱۲
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت شهریور ماه سال ۸۳	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

۱۲

$D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = \frac{1}{2}$
 $y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} < 0 \quad (0.25)$

مرکز تقارن $\omega \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{matrix} \right.$ → مجانبهای افقی و قائم

$\begin{cases} x=0 \rightarrow y=-1 \\ y=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$

(0.25)

۱۳

$S = \pi R^2 \rightarrow S_1 = \pi(2)^2 = 4\pi$ و $S_2 = \pi(4)^2 = 16\pi$

R به نسبت S تغییر متوسط $\frac{16\pi - 4\pi}{(0.25)^2} = 6\pi$

۱۴

$y' = 3x^2 - 6x \quad y' = 0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=2$
 $x=2 \Rightarrow y=-2$

$y'' = 6x - 6 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=0 \Rightarrow A$

x	$-\infty$	$1-\sqrt{3}$	0	1	2	$1+\sqrt{3}$	$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	\nearrow	2	\searrow	-2	\nearrow	$+\infty$

جدول (0.25)

۱۵

$x=1 \Rightarrow y=2$ شیب مماس $= 2 + y' - 2 = 0 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow m = 0$
 $y + yx - 2x = 0$ مماس

معادله قائم $m = \infty \Rightarrow \frac{y-2}{x-1} = \infty \Rightarrow x=1$

۱۶

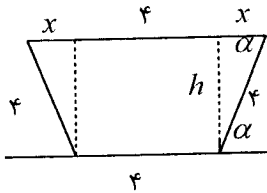
$-1 \leq \frac{1}{x-2} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{|x-2|} \leq 1$

$|x-2| \geq 1$

$\begin{cases} x-2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 3 \\ \text{یا} \\ x-2 \leq -1 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \rightarrow D = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

ادامه در صفحه چهارم

رشته : ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان
تاریخ امتحان : ۱۳۸۳/۰۶/۱۲	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریور ماه سال ۸۳



$$S = \frac{(2x + 4 + 4)h}{2} = \frac{(4 \cos \alpha + 8)4 \sin \alpha}{2}$$

(./۲۵)

$$S' = 16(\cos 2\alpha + \cos \alpha) = 0 \quad (./۲۵)$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{4} \rightarrow h = 4 \sin \alpha \quad (./۲۵)$$

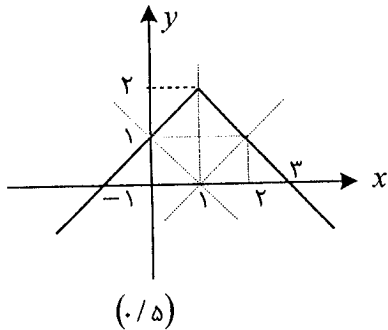
$$\cos 2\alpha = \cos(\pi - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{4} \rightarrow x = 4 \cos \alpha \quad (./۲۵)$$

$$\alpha = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3} \quad (./۲۵)$$

۱۷



$$\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$$

$$= \frac{2 \times 2}{2} + \frac{(1+2) \times 1}{2} = \frac{7}{2}$$

(./۷۵)

۱۸

با عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای کلیه روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید . با تشکر